

POLITECHNIKA KRAKOWSKA IM. TADEUSZA KOŚCIUSZKI

KARTA PRZEDMIOTU

obowiązuje studentów rozpoczynających studia w roku akademickim 2015/2016

Wydział Fizyki, Matematyki i Informatyki

Kierunek studiów: Matematyka

Profil: Ogólnoakademicki

Forma studiów: stacjonarne

Kod kierunku: M

Stopień studiów: I

Specjalności: Matematyka w finansach i ekonomii

1 INFORMACJE O PRZEDMIOCIE

NAZWA PRZEDMIOTU	Wstęp do logiki i teorii mnogości
NAZWA PRZEDMIOTU W JĘZYKU ANGIELSKIM	Introduction to mathematical logic and set theory
KOD PRZEDMIOTU	WFMiI M oIS B2 15/16
KATEGORIA PRZEDMIOTU	Przedmioty podstawowe
LICZBA PUNKTÓW ECTS	6.00
SEMESTRY	1

2 RODZAJ ZAJĘĆ, LICZBA GODZIN W PLANIE STUDIÓW

SEMESTR	WYKŁAD	ĆWICZENIA	LABORATORIUM	LABORATORIUM KOMPUTERO- WE	SEMINARIUM	PROJEKT
1	30	30	0	0	0	0

3 CELE PRZEDMIOTU

Cel 1 Przedstawienie studentom matematyki jako teorii aksjomatycznej oraz pokazanie charakterystycznych dla teorii aksjomatycznych metod i narzędzi.

Cel 2 Nauczenie studentów podstawowych pojęć matematyki (abecadła matematycznego) oraz umiejętności prowadzenia dowodów i rozumowań.

4 WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

1 Znajomość matematyki na poziomie podstawowym szkoły średniej.

5 EFEKTY KSZTAŁCENIA

EK1 Wiedza Student zna podstawowe metody dowodzenia twierdzeń. Student rozumie rolę dowodu w matematyce. Student dostrzega strukturę twierdzenia matematycznego. Student zna podstawowe pojęcia teorii mnogości używane we wszystkich działach matematyki (np. relacja, funkcja, porządek, itp.).

EK2 Umiejętności Student rozumie i umie przedstawić (w mowie i na piśmie) rozumowanie matematyczne. Student potrafi wskazać w twierdzeniu założenie i tezę a w definicji człony definiujący i definiowany. Student potrafi posługiwać się rachunkiem kwantyfikatorów. Student potrafi przeprowadzić dowód indukcyjny.

EK3 Umiejętności Student rozumie zagadnienia związane z pojęciem mocy zbioru (przeliczalność, nieprzeliczalność) oraz porządku na zbiorze. Student potrafi sprawdzić własności relacji.

EK4 Kompetencje społeczne Student dostrzega ograniczenia własnej wiedzy i rozumie potrzebę dalszego kształcenia. Student wykorzystuje umiejętność wnioskowania w prowadzeniu dyskusji. Student dostrzega konieczność systematycznej nauki.

6 TREŚCI PROGRAMOWE

WYKŁAD		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
W1	Zdanie w sensie logiki, paradoks kłamcy. Zdanie proste, spójniki logiczne, zadanie, wartościowanie zdań. Schematy wnioskowania. Formuła, kwantyfikatory, kwantyfikatory o ograniczonym zakresie, zmienna wolna i zmienna związana formuły, prawa rachunku kwantyfikatorów.	6
W2	Aksjomat ekstensjonalności, definicja inkluzji (zawierania). Suma, przecięcie (iloczyn), różnica i różnica symetryczna zbiorów, dopełnienie zbioru, własności działań na zbiorach. Nieskończone sumy i iloczyny zbiorów. Para uporządkowana, iloczyn kartezjański zbiorów.	6
W3	Relacja, funkcja, dziedzin, przeciwdziedzina funkcji, zbiór wartości, obraz elementu i zbioru, przeciwobraz elementu i zbioru, injekcja, surjekcja, bijekcja. Funkcja odwrotna.	2
W4	Relacje porządku częściowego, liniowego i dobrego. Element minimalny, element maksymalny, element najmniejszy, element największy, minoranta, majoranta, kres dolny, kres górny, Twierdzenie i monomorfizmach między zbiorami dobrze uporządkowanymi.	4
W5	Relacja równoważności, klasa abstrakcji.	2
W6	Definicja Peano zbioru liczb naturalnych, Zasada indukcji matematycznej, zasada minimum. Konstrukcje rekurencyjne. Konstrukcje zbiorów liczb całkowitych i wymiernych. Szkic konstrukcji zbioru liczb rzeczywistych (przekroje Dedekinda)	5

WYKŁAD		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
W7	Równoliczność zbiorów. Twierdzenie Cantora-Bernsteina. Twierdzenie Cantora. Zbiór przeliczalny. Twierdzenia o mocy podzbioru zbioru przeliczalnego. Twierdzenie o najwyższej przeliczalnej sumie zbiorów przeliczalnych. Twierdzenie o mocy iloczynu kartezjańskiego skończenie wielu zbiorów przeliczalnych, metoda przekątniowa Cantora (nieprzeliczalność zbioru liczb rzeczywistych), definicja continuum.	5

ĆWICZENIA		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
C1	Badanie poprawności wnioskowań. Sprawdzanie, czy zdanie jest tautologią, badanie własności spójników logicznych. Sprawdzanie poprawności schematów wnioskowania. Zapisywanie zdań języka naturalnego w języku formalnym. Rachunek kwantyfikatorów.	6
C2	Działania na zbiorach. Badanie własności iloczynu kartezjańskiego.	6
C3	Badanie, czy relacja jest funkcją, sprawdzanie injektywności i surjektywności, wyznaczanie obrazów i przeciwbrazów. Wyznaczanie funkcji odwrotnej.	4
C4	Badanie, czy relacja jest porządkiem i jakim. Wyznaczanie elementów wyróżnionych.	4
C5	Badanie, czy relacja jest równoważnością. Wyznaczanie klas abstrakcji.	4
C6	Ćwiczenie poprawnego dowodzenia przez indukcję.	4
C7	Badanie, czy zbiór jest skończony, przeliczalny lub nieprzeliczalny.	2

7 NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

N1 Wykłady

N2 Ćwiczenia audytoryjne

N3 e-learning (platforma Moodle)

8 OBCIĄŻENIE PRACĄ STUDENTA

FORMA AKTYWNOŚCI	ŚREDNIA LICZBA GODZIN NA ZREALIZOWANIE AKTYWNOŚCI
Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim, w tym:	
Godziny wynikające z planu studiów	60
Konsultacje przedmiotowe	0
Egzaminy i zaliczenia w sesji	0
Godziny bez udziału nauczyciela akademickiego wynikające z nakładu pracy studenta, w tym:	
Przygotowanie się do zajęć, w tym studiowanie zalecanej literatury	120
Opracowanie wyników	0
Przygotowanie raportu, projektu, prezentacji, dyskusji	0
SUMARYCZNA LICZBA GODZIN DLA PRZEDMIOTU WYNIKAJĄCA Z CAŁEGO NAKŁADU PRACY STUDENTA	180
SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS DLA PRZEDMIOTU	6.00

9 SPOSOBY OCENY

OCENA FORMUJĄCA

F1 Rozwiązywanie zadań zamieszczonych na platformie e-learningowej

F2 Odpowiedź ustna

F3 Kolokwium

OCENA PODSUMOWUJĄCA

P1 Efekt kształcenia 1 jest sprawdzany na podstawie każdego z dwu kolokwium półrocznych lub kolokwium zaliczeniowego. Ponadto jest sprawdzany podczas rozmowy zaliczeniowej.

P2 Efekt kształcenia 2 jest sprawdzany w oparciu o pierwsze kolokwium półroczne lub kolokwium zaliczeniowe.

P3 Efekt kształcenia 3 jest sprawdzany w oparciu o drugie kolokwium półroczne lub kolokwium zaliczeniowe.

P4 Efekt kształcenia 4 jest oceniany na podstawie aktywności studenta na zajęciach i platformie e-learningowej oraz podczas rozmowy zaliczeniowej.

P5 Ocena podsumowująca jest średnią ważoną wyników z kolokwium półrocznych, oceny z rozmowy zaliczeniowej oraz oceny aktywności na ćwiczeniach i na platformie e-learningowej.

WARUNKI ZALICZENIA PRZEDMIOTU

W1 Zaliczenie na co najmniej 50% punktów każdego z przypisanych danemu kolokwium efektów kształcenia. Student musi zaliczyć obydwa kolokwia półroczne lub jedno kolokwium zaliczeniowe.

W2 Zadowolająca odpowiedź na trzy pytania podczas rozmowy zaliczeniowej. Oddzielnie oceniana jest wiedza studenta (efekt kształcenia 1), oddzielnie sposób prezentacji (efekt kształcenia 4).

W3 Ocena aktywności studenta jest dokonywana na podstawie odpowiedzi ustnej podczas zajęć, list obecności na zajęciach, aktywności studenta na platformie e-learningowej.

W4 Ocena zaliczeniowa kursu jest średnią ważoną ocen poszczególnych efektów kształcenia. Ocenę uzyskaną z każdego z efektów kształcenia 1, 2 i 3 bierzemy z wagą 1; ocenę efektu kształcenia 4 uzyskaną podczas rozmowy zaliczeniowej bierzemy z wagą 1; ocenę tego efektu uzyskaną na podstawie aktywności bierzemy z wagą 0,5.

OCENA AKTYWNOŚCI BEZ UDZIAŁU NAUCZYCIELA

B1 Opisana powyżej ocena aktywności studenta na platformie e-learningowej.

KRYTERIA OCENY

EFEKT KSZTAŁCENIA 1	
NA OCENĘ 2.0	Student nie zna podstawowych pojęć z zakresu przedstawionego na wykładach materiału.
NA OCENĘ 3.0	Student zna zasadę indukcji matematycznej oraz zna podstawowe tautologie oraz prawa rachunku kwantyfikatorów. Student zna najważniejsze twierdzenia przedstawione na wykładzie (twierdzenia o sumie i (skończonym) iloczynie kartezyjskim zbiorów przeliczalnych).
NA OCENĘ 3.5	Student zna materiał na ocenę 3 i ponadto umie podać zasady równoważne zasadzie indukcji matematycznej; rozumie, co oznacza równoważność zasady indukcji matematycznej i zasady minimum. Student zna podstawowe tautologie i prawa rachunku kwantyfikatorów oraz wie, jaki jest ich związek z prowadzeniem dowodów matematycznych.
NA OCENĘ 4.0	Student zna materiał na ocenę 3,5 i ponadto potrafi przedstawić dowody najważniejszych - z podanych na wykładzie - twierdzeń (tzn. dowód równoważności różnych wersji zasady indukcji matematycznej i zasady minimum, dowody twierdzeń dotyczących własności zbiorów przeliczalnych; metodę przekątniową Cantora itp.)
NA OCENĘ 4.5	Student zna materiał na ocenę 4 i ponadto rozumie zależność pomiędzy założeniem istnienia pewnych obiektów matematycznych i systemem przyjętych aksjomatów. Student zna dowody twierdzeń przedstawionych na wykładzie (w tym twierdzenia Cantora, twierdzenia Cantora-Bernsteina, twierdzeń dotyczących zależności pomiędzy zbiorami dobrze uporządkowanymi); zna zasady równoważne Lematowi Kuratowskiego-Zorna.
NA OCENĘ 5.0	Student zna materiał na ocenę 4,5 i ponadto potrafi wskazać, które aksjomaty gwarantują istnienie najważniejszych obiektów matematycznych (pary uporządkowanej, sumy zbiorów, iloczynu kartezyjskiego (skończonej liczby zbiorów i dowolnej rodziny zbiorów)).
EFEKT KSZTAŁCENIA 2	
NA OCENĘ 2.0	Student nie potrafi prześledzić prostego dowodu.
NA OCENĘ 3.0	Student potrafi prześledzić i zrozumieć proste rozumowanie. Umie wskazać, co na danym etapie rozumowania jest założeniem, a co tezę. Umie przeprowadzić dowód indukcyjny.

NA OCENĘ 3.5	Student potrafi prześledzić i zrozumieć proste rozumowanie. Umie wskazać, co na danym etapie rozumowania jest założeniem, a co tezą. Umie przeprowadzić dowód indukcyjny. Ponadto potrafi wskazać regułę wnioskowania, która jest w danym momencie wykorzystywana.
NA OCENĘ 4.0	Student ma umiejętności konieczne do otrzymania oceny 3,5. Ponadto student potrafi samodzielnie przedstawić poznane rozumowanie; potrafi również samodzielnie wymyślić i przeprowadzić dowód prostego faktu (np. sprawdzić, czy dwa zbiory są równoliczne, czy pewna relacja ma żądane własności, co jest, a co nie jest prawem rachunku kwantyfikatorów itp.).
NA OCENĘ 4.5	Student ma umiejętności konieczne do otrzymania oceny 4. Student potrafi prześledzić dłuższe dowody i wskazać ich główną ideę.
NA OCENĘ 5.0	Student ma umiejętności konieczne do otrzymania oceny 4,5. Ponadto student potrafi wymyślić i poprawnie zapisać dowody prostych faktów (w zakresie poznanego materiału).
EFEKT KSZTAŁCENIA 3	
NA OCENĘ 2.0	Student nie zna pojęcia zbioru przeliczalnego.
NA OCENĘ 3.0	Student umie zdefiniować zbiór przeliczalny i uzasadnić (wskazując bijekcję lub dwie iniekcje), że dany zbiór jest przeliczalny.
NA OCENĘ 3.5	Student umie zdefiniować zbiór przeliczalny i uzasadnić (wskazując bijekcję lub dwie iniekcje), że dany zbiór jest przeliczalny. Student potrafi wykorzystać twierdzenia o sumie i iloczynie kartezjańskim zbiorów przeliczalnych do uzasadnienia, że dany zbiór jest przeliczalny.
NA OCENĘ 4.0	Student umie zdefiniować zbiór przeliczalny i uzasadnić (wskazując bijekcję lub dwie iniekcje), że dany zbiór jest przeliczalny. Student potrafi wykorzystać twierdzenia o sumie i iloczynie kartezjańskim zbiorów przeliczalnych do uzasadnienia, że dany zbiór jest przeliczalny. Student potrafi uzasadnić, że badany zbiór nie jest przeliczalny (korzystając np. z twierdzenia Cantora lub zanurzając weń zbiór liczb rzeczywistych).
NA OCENĘ 4.5	Student umie zdefiniować zbiór przeliczalny i uzasadnić (wskazując bijekcję lub dwie iniekcje), że dany zbiór jest przeliczalny. Student potrafi wykorzystać twierdzenia o sumie i iloczynie kartezjańskim zbiorów przeliczalnych do uzasadnienia, że dany zbiór jest przeliczalny. Student potrafi rozstrzygnąć, czy badany zbiór nie jest przeliczalny (korzystając np. z twierdzenia Cantora lub zanurzając weń zbiór liczb rzeczywistych). Potrafi wskazać zbiory nieprzeliczalne, których moc jest równa continuum.
NA OCENĘ 5.0	Student umie zdefiniować zbiór przeliczalny i uzasadnić (wskazując bijekcję lub dwie iniekcje), że dany zbiór jest przeliczalny. Student potrafi wykorzystać twierdzenia o sumie i iloczynie kartezjańskim zbiorów przeliczalnych do uzasadnienia, że dany zbiór jest przeliczalny. Student potrafi rozstrzygnąć, czy badany zbiór nie jest przeliczalny (korzystając np. z twierdzenia Cantora lub zanurzając weń zbiór liczb rzeczywistych). Potrafi sprawdzić, czy moc zbioru nieprzeliczalnego, jest równa continuum.
EFEKT KSZTAŁCENIA 4	

NA OCENĘ 2.0	Student nie rozumie konieczności podawania formalnych i ścisłych definicji oraz prowadzenia rozumowań.
NA OCENĘ 3.0	Student rozumie konieczność podawania formalnych i ścisłych definicji oraz prowadzenia rozumowań. Student rozumie konieczność uzasadniania wyrażanych poglądów. Student uczestniczy w zajęciach.
NA OCENĘ 3.5	Student rozumie konieczność podawania formalnych i ścisłych definicji oraz prowadzenia rozumowań. Student rozumie konieczność uzasadniania wyrażanych poglądów. Student potrafi wskazać, co w jego wypowiedzi jest założeniem, a co tezą; które pojęcie definiuje, a którego używamy w członie definiującym. Student uczestniczy w zajęciach.
NA OCENĘ 4.0	Student rozumie konieczność podawania formalnych i ścisłych definicji oraz prowadzenia rozumowań. Student rozumie konieczność uzasadniania wyrażanych poglądów. Student potrafi wskazać, co w jego wypowiedzi jest założeniem, a co tezą; które pojęcie definiuje, a którego używamy w członie definiującym. Student rozumie konieczność przyjęcia (w teorii naukowej) aksjomatów. Student uczestniczy w zajęciach. Student aktywnie korzysta z kursu na platformie e-learningowej.
NA OCENĘ 4.5	Student rozumie konieczność podawania formalnych i ścisłych definicji oraz prowadzenia rozumowań. Student rozumie konieczność uzasadniania wyrażanych poglądów. Student potrafi wskazać, co w jego wypowiedzi jest założeniem, a co tezą; które pojęcie definiuje, a którego używamy w członie definiującym. Student rozumie konieczność przyjęcia (w teorii naukowej) aksjomatów. Student potrafi przeprowadzić analizę rozumowania i wskazać ewentualne braki. Student uczestniczy w zajęciach. Student aktywnie korzysta z kursu na platformie e-learningowej.
NA OCENĘ 5.0	Student rozumie konieczność podawania formalnych i ścisłych definicji oraz prowadzenia rozumowań. Student rozumie konieczność uzasadniania wyrażanych poglądów. Student potrafi wskazać, co w jego wypowiedzi jest założeniem, a co tezą; które pojęcie definiuje, a którego używamy w członie definiującym. Student rozumie konieczność przyjęcia (w teorii naukowej) aksjomatów. Student potrafi przeprowadzić analizę rozumowania i wskazać ewentualne braki. Student rozumie, dlaczego logiczna analiza wywodów jest ważnym narzędziem komunikacji i poznawania. Student uczestniczy w zajęciach. Student aktywnie korzysta z kursu na platformie e-learningowej.

10 MACIERZ REALIZACJI PRZEDMIOTU

EFEKT KSZTAŁCENIA	ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓŁOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU	CELE PRZEDMIOTU	TREŚCI PROGRAMOWE	NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE	SPOSOBY OCENY
EK1	K_W02 K_W03 K_W05 K_W06 K_U06 K_U07 K_K06	Cel 1	W1 W3 W4 W5 W6 W7 C1 C2 C3 C4 C5 C6 C7	N1 N2 N3	F1 F2 P1 P2
EK2	K_W02 K_W03 K_U05 K_U06 K_U07 K_K06	Cel 1	W1 W2 W3 C1 C2 C3	N1 N2 N3	F1 F2 P1 P2
EK3	K_U04 K_U05 K_U06 K_U07	Cel 2	W4 W5 W6 W7 C4 C5 C6 C7	N1 N2 N3	F1 F2 P1 P2
EK4	K_K01 K_K02 K_K03 K_K04 K_K05	Cel 1	W1 W2 W3 W4 W5 W6 W7 C1 C2 C3 C4 C5 C6 C7	N1	F2 P2

11 WYKAZ LITERATURY

LITERATURA PODSTAWOWA

- [1] | H. Rasiowa — *Wstęp do matematyki współczesnej*, Warszawa, 2004, PWN
- [2] | K. Kuratowski — *Wstęp do teorii mnogości i topologii*, Warszawa, 2004, PWN
- [3] | W. Marek, J. Onyszkiewicz — *Elementy logiki i teorii mnogości w zadaniach*, Warszawa, 2004, PWN
- [4] | W. Guzicki, P. Zakrzewski — *Wykłady ze wstępu do matematyki*, Warszawa, 2005, PWN
- [5] | W. Guzicki, P. Zakrzewski — *Wstęp do matematyki. Zbiór zadań*, Warszawa, 2005, PWN
- [6] | J. Cichoń — *Wykłady ze wstępu do matematyki*, Wrocław, 2003, Dolnośląskie Wydawnictwo Edukacyjne
- [7] | Z. Adamowicz, P. Zbierski — *Logika matematyczna*, Warszawa, 1991, PWN
- [8] | K.A. Ross, C.R.B. Wright — *Matematyka dyskretna*, Warszawa, 2006, PWN

LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

- [1] | T. Jech — *Set theory*, Berlin, 2005, Springer
- [2] | K. Devlin — *The joy of sets. Fundamentals of contemporary set theory.*, Berlin, 1993, Springer

12 INFORMACJE O NAUCZYCIELACH AKADEMICKICH

OSOBA ODPOWIEDZIALNA ZA KARTĘ

dr Magdalena Grzech (kontakt: magdag@pk.edu.pl)

OSOBY PROWADZĄCE PRZEDMIOT

1 dr Beata Strycharz-Szemberg (kontakt: szemberg@pk.edu.pl)

2 dr Magdalena Grzech (kontakt: smgrzech@cyf-kr.edu.pl)

13 ZATWIERDZENIE KARTY PRZEDMIOTU DO REALIZACJI

(miejscowość, data)

(odpowiedzialny za przedmiot)

(dziekan)

PRZYJMUJĘ DO REALIZACJI (data i podpisy osób prowadzących przedmiot)

.....

.....