

POLITECHNIKA KRAKOWSKA IM. TADEUSZA KOŚCIUSZKI

KARTA PRZEDMIOTU

obowiązuje studentów rozpoczynających studia w roku akademickim 2018/2019

Wydział Inżynierii i Technologii Chemicznej

Kierunek studiów: Biotechnologia

Profil: Ogólnoakademicki

Forma studiów: stacjonarne

Kod kierunku: B

Stopień studiów: II

Specjalności: Biotechnologia Przemysłowa i w Ochronie Środowiska

1 INFORMACJE O PRZEDMIOCIE

NAZWA PRZEDMIOTU	Rachunek wariacyjny
NAZWA PRZEDMIOTU W JĘZYKU ANGIELSKIM	
KOD PRZEDMIOTU	WITCh B oIIS C21 18/19
KATEGORIA PRZEDMIOTU	Przedmioty kierunkowe
LICZBA PUNKTÓW ECTS	2.00
SEMESTRY	2

2 RODZAJ ZAJĘĆ, LICZBA GODZIN W PLANIE STUDIÓW

SEMESTR	WYKŁADY	ĆWICZENIA	LABORATORIUM	LABORATORIUM KOMPUTERO- WE	PROJEKT	SEMINARIUM
2	0	0	0	0	0	30

3 CELE PRZEDMIOTU

Cel 1 Zaznajomienie studentów z problematyką znajdowania ekstremów funkcji wielu zmiennych oraz ekstremal funkcjonalów całkowitych.

4 WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

1 Zaliczenie dwóch semestrów przedmiotu Matematyka.

5 EFEKTY KSZTAŁCENIA

EK1 Wiedza Znajomość definicji i twierdzeń dotyczących rachunku różniczkowego funkcji wielu zmiennych: pochodna, pochodne cząstkowe, twierdzenie Taylora, przechodzenie go granicy pod znakiem całki, różniczkowanie pod znakiem całki. Warunek wystarczający na określoność form kwadratowych. Warunku konieczny i wystarczający istnienia ekstremum funkcji wielu zmiennych

EK2 Wiedza Znajomość definicji i twierdzeń dotyczących przestrzeni funkcyjnych używanych w zagadnieniach rachunku wariacyjnego.

EK3 Wiedza Znajomość definicji ekstremów funkcjonału i twierdzeń dotyczących warunków koniecznych i warunków wystarczających na istnienia ekstremum funkcjonału całkowego.

EK4 Umiejętności Wyznaczanie ekstremów funkcji wielu zmiennych, potencjalnych ekstremal i jeśli to wykonalne sprawdzanie warunku wystarczającego na istnienia ekstremum funkcjonału całkowego.

6 TREŚCI PROGRAMOWE

SEMINARIUM		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
S1	Ekstrema funkcji jednej i wielu zmiennych. Przykłady. Heurystyczne wprowadzenie do rachunku wariacyjnego. Kilka podstawowych przykładów. Pojęcie funkcjonału, ekstrema słabe i mocne. Przykłady.	4
S2	Lemat Lagrangea, równanie Eulera jako warunek konieczny na ekstremum funkcjonału. Twierdzenie Hilberta o regularności ekstremal. Przykłady.	8
S3	Zagadnienia wariacyjne dla układów funkcji. Zagadnienia wariacyjne z pochodnymi wyższych rzędów. Zagadnienia wariacyjne dla funkcji wielu zmiennych. Zagadnienia wariacyjne z ruchomymi końcami. Zagadnienie Bolzy. Przykłady.	6
S4	Zagadnienia wariacyjne z więzami. Zagadnienia izoperymetryczne, metoda mnożników Lagrangea. Zagadnienia wariacyjne z ekstremami warunkowymi. Przykłady.	6
S5	Warunki wystarczające na ekstremum. Przykłady.	6

7 NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

N1 Wykłady

N2 Prezentacje multimedialne

N3 Dyskusja

N4 Zadania tablicowe

8 OBCIĄŻENIE PRACĄ STUDENTA

FORMA AKTYWNOŚCI	ŚREDNIA LICZBA GODZIN NA ZREALIZOWANIE AKTYWNOŚCI
Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim, w tym:	
Godziny wynikające z planu studiów	30
Konsultacje przedmiotowe	0
Egzaminy i zaliczenia w sesji	0
Godziny bez udziału nauczyciela akademickiego wynikające z nakładu pracy studenta, w tym:	
Przygotowanie się do zajęć, w tym studiowanie zalecanej literatury	0
Opracowanie wyników	0
Przygotowanie raportu, projektu, prezentacji, dyskusji	0
SUMARYCZNA LICZBA GODZIN DLA PRZEDMIOTU WYNIKAJĄCA Z CAŁEGO NAKŁADU PRACY STUDENTA	30
SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS DLA PRZEDMIOTU	2.00

9 SPOSOBY OCENY

OCENA FORMUJĄCA

F1 Test

OCENA PODSUMOWUJĄCA

P1 Test

KRYTERIA OCENY

EFEKT KSZTAŁCENIA 1	
NA OCENĘ 3.0	Student zna definicję ekstremów lokalnych i twierdzenia dotyczące warunku koniecznego i warunku wystarczającego istnienia ekstremum lokalnego funkcji wielu zmiennych.
NA OCENĘ 3.5	Student zna definicję ekstremów lokalnych i twierdzenia dotyczące warunku koniecznego i warunku wystarczającego istnienia ekstremum lokalnego funkcji wielu zmiennych. Student umie uzasadnić warunek konieczny istnienia ekstremum lokalnego funkcji wielu zmiennych.

NA OCENĘ 4.0	Student zna definicję ekstremów lokalnych i twierdzenia dotyczące warunku koniecznego i warunku wystarczającego istnienia ekstremum lokalnego funkcji wielu zmiennych. Student umie uzasadnić warunek konieczny istnienia ekstremum lokalnego funkcji wielu zmiennych oraz wyjaśnić jego związek z pierwszą pochodną..
NA OCENĘ 4.5	Student zna definicję ekstremów lokalnych i twierdzenia dotyczące warunku koniecznego i warunku wystarczającego istnienia ekstremum lokalnego funkcji wielu zmiennych. Student umie uzasadnić warunek konieczny istnienia ekstremum lokalnego funkcji wielu zmiennych oraz wyjaśnić jego związek z pierwszą pochodną. Ponadto powołuje się na twierdzenie Taylora przy uzasadnianiu warunku wystarczającego.
NA OCENĘ 5.0	Student zna definicję ekstremów lokalnych i twierdzenia dotyczące warunku koniecznego i warunku wystarczającego istnienia ekstremum lokalnego funkcji wielu zmiennych. Student umie uzasadnić warunek konieczny istnienia ekstremum lokalnego funkcji wielu zmiennych oraz wyjaśnić jego związek z pierwszą pochodną. Ponadto powołuje się na twierdzenie Taylora przy uzasadnianiu warunku wystarczającego i wyjaśnia związek z określonością formy kwadratowej.
EFEKT KSZTAŁCENIA 2	
NA OCENĘ 3.0	Student zna definicję przestrzeni funkcji ciągłych i przestrzeni funkcji ciągłych wraz z pochodną na przedziale oraz definicję normy w tych przestrzeniach.
NA OCENĘ 3.5	Student zna definicję przestrzeni funkcji ciągłych i przestrzeni funkcji ciągłych wraz z pochodną na przedziale oraz definicję normy w tych przestrzeniach. Student zna definicję przestrzeni funkcji ciągłych o umocowanych końcach i przestrzeni funkcji o umocowanych końcach ciągłych wraz z pochodną na przedziale oraz definicję metryki w tych przestrzeniach.
NA OCENĘ 4.0	Student zna definicję przestrzeni funkcji ciągłych i przestrzeni funkcji ciągłych wraz z pochodną na przedziale oraz definicję normy w tych przestrzeniach. Student zna definicję przestrzeni funkcji ciągłych o umocowanych końcach i przestrzeni funkcji o umocowanych końcach ciągłych wraz z pochodną na przedziale oraz definicję metryki w tych przestrzeniach. Wyjaśnia rodzaj zbieżności w tych przestrzeniach.
NA OCENĘ 4.5	Student zna definicję przestrzeni funkcji ciągłych i przestrzeni funkcji ciągłych wraz z pochodną na przedziale oraz definicję normy w tych przestrzeniach. Student zna definicję przestrzeni funkcji ciągłych o umocowanych końcach i przestrzeni funkcji o umocowanych końcach ciągłych wraz z pochodną na przedziale oraz definicję metryki w tych przestrzeniach. Wyjaśnia rodzaj zbieżności w tych przestrzeniach. Pokazuje zawieranie między kulami.
NA OCENĘ 5.0	Student zna definicję przestrzeni funkcji ciągłych i przestrzeni funkcji ciągłych wraz z pochodną na przedziale oraz definicję normy w tych przestrzeniach. Student zna definicję przestrzeni funkcji ciągłych o umocowanych końcach i przestrzeni funkcji o umocowanych końcach ciągłych wraz z pochodną na przedziale oraz definicję metryki w tych przestrzeniach. Wyjaśnia rodzaj zbieżności w tych przestrzeniach. Pokazuje zawieranie między kulami i wyjaśnia jego konsekwencje.
EFEKT KSZTAŁCENIA 3	

NA OCENĘ 3.0	Student prezentuje równanie Eulera jako warunek konieczny na ekstremum funkcjonału i przedstawia ideę uzasadnienia. Dodatkowo omawia jeden z poniższych tematów : zagadnienia wariacyjne z pochodnymi wyższych rzędów, zagadnienia wariacyjne dla funkcji wielu zmiennych, zagadnienia wariacyjne z ruchomymi końcami, zagadnienie Bolzy, zagadnienia wariacyjne z więzami, zagadnienia izoperymetryczne, zagadnienia wariacyjne z ekstremami warunkowymi, warunki wystarczające na ekstremum funkcjonału.
NA OCENĘ 3.5	Student prezentuje równanie Eulera jako warunek konieczny na ekstremum funkcjonału i przedstawia ideę uzasadnienia. Dodatkowo omawia dwa z poniższych tematów: zagadnienia wariacyjne z pochodnymi wyższych rzędów, zagadnienia wariacyjne dla funkcji wielu zmiennych, zagadnienia wariacyjne z ruchomymi końcami, zagadnienie Bolzy, zagadnienia wariacyjne z więzami, zagadnienia izoperymetryczne, zagadnienia wariacyjne z ekstremami warunkowymi, warunki wystarczające na ekstremum funkcjonału.
NA OCENĘ 4.0	Student prezentuje równanie Eulera jako warunek konieczny na ekstremum funkcjonału i przedstawia ideę uzasadnienia. Dodatkowo omawia trzy z poniższych tematów: zagadnienia wariacyjne z pochodnymi wyższych rzędów, zagadnienia wariacyjne dla funkcji wielu zmiennych, zagadnienia wariacyjne z ruchomymi końcami, zagadnienie Bolzy, zagadnienia wariacyjne z więzami, zagadnienia izoperymetryczne, zagadnienia wariacyjne z ekstremami warunkowymi, warunki wystarczające na ekstremum funkcjonału.
NA OCENĘ 4.5	Student prezentuje równanie Eulera jako warunek konieczny na ekstremum funkcjonału i przedstawia ideę uzasadnienia. Dodatkowo omawia cztery z poniższych tematów: zagadnienia wariacyjne z pochodnymi wyższych rzędów, zagadnienia wariacyjne dla funkcji wielu zmiennych, zagadnienia wariacyjne z ruchomymi końcami, zagadnienie Bolzy, zagadnienia wariacyjne z więzami, zagadnienia izoperymetryczne, zagadnienia wariacyjne z ekstremami warunkowymi, warunki wystarczające na ekstremum funkcjonału.
NA OCENĘ 5.0	Student prezentuje równanie Eulera jako warunek konieczny na ekstremum funkcjonału i przedstawia ideę uzasadnienia. Dodatkowo omawia pięć z poniższych tematów: zagadnienia wariacyjne z pochodnymi wyższych rzędów, zagadnienia wariacyjne dla funkcji wielu zmiennych, zagadnienia wariacyjne z ruchomymi końcami, zagadnienie Bolzy, zagadnienia wariacyjne z więzami, zagadnienia izoperymetryczne, zagadnienia wariacyjne z ekstremami warunkowymi, warunki wystarczające na ekstremum funkcjonału.
EFEKT KSZTAŁCENIA 4	
NA OCENĘ 3.0	Student wyznacza ekstrema funkcji wielu zmiennych i określa ich charakter. Student zapisuje równanie Eulera i wyznacza ekstrema funkcjonału w najprostszych przypadkach. Ponadto rozwiązuje przykład dotyczący jednego z zaawansowanych zagadnień: zagadnienia wariacyjne z pochodnymi wyższych rzędów, zagadnienia wariacyjne dla funkcji wielu zmiennych, zagadnienia wariacyjne z ruchomymi końcami, zagadnienie Bolzy, zagadnienia wariacyjne z więzami, zagadnienia izoperymetryczne, zagadnienia wariacyjne z ekstremami warunkowymi, warunki wystarczające na ekstremum funkcjonału.

NA OCENĘ 3.5	Student wyznacza ekstrema funkcji wielu zmiennych i określa ich charakter. Student zapisuje równanie Eulera i wyznacza ekstrema funkcjonalu w najprostszych przypadkach. Ponadto rozwiązuje dwa przykłady dotyczące zaawansowanych zagadnień: zagadnienia wariacyjne z pochodnymi wyższych rzędów, zagadnienia wariacyjne dla funkcji wielu zmiennych, zagadnienia wariacyjne z ruchomymi końcami, zagadnienie Bolzy, zagadnienia wariacyjne z więzami, zagadnienia izoperymetryczne, zagadnienia wariacyjne z ekstremami warunkowymi, warunki wystarczające na ekstremum funkcjonalu.
NA OCENĘ 4.0	Student wyznacza ekstrema funkcji wielu zmiennych i określa ich charakter. Student zapisuje równanie Eulera i wyznacza ekstrema funkcjonalu w najprostszych przypadkach. Ponadto rozwiązuje trzy przykłady dotyczące zaawansowanych zagadnień: zagadnienia wariacyjne z pochodnymi wyższych rzędów, zagadnienia wariacyjne dla funkcji wielu zmiennych, zagadnienia wariacyjne z ruchomymi końcami, zagadnienie Bolzy, zagadnienia wariacyjne z więzami, zagadnienia izoperymetryczne, zagadnienia wariacyjne z ekstremami warunkowymi, warunki wystarczające na ekstremum funkcjonalu.
NA OCENĘ 4.5	Student wyznacza ekstrema funkcji wielu zmiennych i określa ich charakter. Student zapisuje równanie Eulera i wyznacza ekstrema funkcjonalu w najprostszych przypadkach. Ponadto rozwiązuje cztery przykłady dotyczące zaawansowanych zagadnień: zagadnienia wariacyjne z pochodnymi wyższych rzędów, zagadnienia wariacyjne dla funkcji wielu zmiennych, zagadnienia wariacyjne z ruchomymi końcami, zagadnienie Bolzy, zagadnienia wariacyjne z więzami, zagadnienia izoperymetryczne, zagadnienia wariacyjne z ekstremami warunkowymi, warunki wystarczające na ekstremum funkcjonalu.
NA OCENĘ 5.0	Student wyznacza ekstrema funkcji wielu zmiennych i określa ich charakter. Student zapisuje równanie Eulera i wyznacza ekstrema funkcjonalu w najprostszych przypadkach. Ponadto rozwiązuje pięć przykładów dotyczących zaawansowanych zagadnień: zagadnienia wariacyjne z pochodnymi wyższych rzędów, zagadnienia wariacyjne dla funkcji wielu zmiennych, zagadnienia wariacyjne z ruchomymi końcami, zagadnienie Bolzy, zagadnienia wariacyjne z więzami, zagadnienia izoperymetryczne, zagadnienia wariacyjne z ekstremami warunkowymi, warunki wystarczające na ekstremum funkcjonalu.

10 MACIERZ REALIZACJI PRZEDMIOTU

EFEKT KSZTAŁCENIA	ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓŁOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU	CELE PRZEDMIOTU	TREŚCI PROGRAMOWE	NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE	SPOSOBY OCENY
EK1	K2_U09 b K2_K01	Cel 1	S1	N1 N2	F1 P1
EK2	K2_U09 b	Cel 1	S2 S3 S4	N1 N2 N3	F1 P1

EFEKT KSZTAŁCENIA	ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓŁOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU	CELE PRZEDMIOTU	TREŚCI PROGRAMOWE	NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE	SPOSOBY OCENY
EK3	K2_U09 b	Cel 1	S3 S4 S5	N1 N2 N3	F1 P1
EK4	K2_U09 b	Cel 1	S1 S2 S3 S4 S5	N1 N2 N3 N4	F1 P1

11 WYKAZ LITERATURY

LITERATURA PODSTAWOWA

- [1] | I.M. Gelfand S.W, Fomin — *Rachunek Wariacyjny*, Warszawa, 1970, PWN
- [2] | J. Muszynski — *Równania różniczkowe zwyczajne i elementy rachunku wariacyjnego*, Warszawa, 2003, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej

LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

- [1] | W. Kołodziej — *Wybrane rozdziały analizy matematycznej*, Warszawa, 1970, PWN

12 INFORMACJE O NAUCZYCIELACH AKADEMICKICH

OSOBA ODPOWIEDZIALNA ZA KARTĘ

dr Witold Obłóza (kontakt: obloza@pk.edu.pl)

OSOBY PROWADZĄCE PRZEDMIOT

1 dr Witold Obłóza (kontakt: obloza@pk.edu.pl)

13 ZATWIERDZENIE KARTY PRZEDMIOTU DO REALIZACJI

(miejscowość, data)

(odpowiedzialny za przedmiot)

(dziekan)

PRZYJMUJĘ DO REALIZACJI (data i podpisy osób prowadzących przedmiot)

.....