

# POLITECHNIKA KRAKOWSKA IM. TADEUSZA KOŚCIUSZKI

## KARTA PRZEDMIOTU

obowiązuje studentów rozpoczynających studia w roku akademickim 2012/2013

Wydział Fizyki, Matematyki i Informatyki

Kierunek studiów: Matematyka

Profil: Ogólnoakademicki

Forma studiów: stacjonarne

Kod kierunku: M

Stopień studiów: II

Specjalności: Modelowanie matematyczne

### 1 INFORMACJE O PRZEDMIOCIE

NAZWA PRZEDMIOTU	Podstawy topologii algebraicznej
NAZWA PRZEDMIOTU W JĘZYKU ANGIELSKIM	
KOD PRZEDMIOTU	WFMiI M oIIS C1 12/13
KATEGORIA PRZEDMIOTU	Przedmioty kierunkowe
LICZBA PUNKTÓW ECTS	5.00
SEMESTRY	2

### 2 RODZAJ ZAJĘĆ, LICZBA GODZIN W PLANIE STUDIÓW

SEMESTR	WYKŁAD	ĆWICZENIA	LABORATORIUM	LABORATORIUM KOMPUTERO- WE	SEMINARIUM	PROJEKT
2	30	30	0	0	0	0

### 3 CELE PRZEDMIOTU

**Cel 1** Zapoznanie studentów z definicją oraz podstawowymi własnościami i zastosowaniami funktora grupy podstawowej.

**Cel 2** Zapoznanie studentów z pojęciem nakrycia oraz podstawowymi własnościami i niektórymi zastosowaniami nakryć.

**Cel 3** Zapoznanie studentów z definicją oraz podstawowymi własnościami i zastosowaniami grup homologii singularnych (o współczynnikach całkowitych).

**Cel 4** Przygotowanie studentów do samodzielnego zdobywania, pogłębiania i wykorzystywania wiedzy matematycznej oraz doskonalenia umiejętności matematycznych.

#### 4 WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

1 Topologia w zakresie studiów pierwszego i drugiego stopnia.

2 Algebra i algebra liniowa z geometrią analityczną w zakresie studiów pierwszego stopnia.

#### 5 EFEKTY KSZTAŁCENIA

**EK1 Wiedza** Student zna i rozumie definicję funktora grupy podstawowej oraz pojęcia związane z tym funktorem (np. drogowa spójność i homotopijna równoważność). Zna również podstawowe własności tego funktora i standardowe przykłady.

**EK2 Wiedza** Student zna i rozumie pojęcie nakrycia oraz podstawowe twierdzenia o nakryciach. Zna i rozumie również związki między pojęciami nakrycia i grupy podstawowej.

**EK3 Wiedza** Student zna i rozumie definicję funktora  $q$ -tej grupy homologii singularnych (o współczynnikach całkowitych) oraz pojęcia algebraiczne związane z tym funktorem (np. grupa abelowa wolna i kompleks łańcuchowy). Zna i rozumie również podstawowe twierdzenia dotyczące homologii singularnych i standardowe przykłady zastosowań teorii homologii singularnych.

**EK4 Umiejętności** Student potrafi rozwiązywać typowe zadania i problemy dotyczące grupy podstawowej, nakryć i homologii singularnych.

**EK5 Umiejętności** Student rozpoznaje i rozumie standardowe zastosowania topologii algebraicznej w innych dziedzinach Matematyki.

**EK6 Kompetencje społeczne** Student potrafi wyszukiwać, weryfikować i (uczciwie) wykorzystywać informacje z zakresu Matematyki (a szczególnie topologii algebraicznej) dostępne w różnych źródłach (książki i czasopiśma, internet, wykłady i referaty), także anglojęzycznych.

#### 6 TREŚCI PROGRAMOWE

WYKŁAD		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
W1	Przypomnienie i uzupełnienie wiadomości z topologii: przestrzenie drogowo spójne i lokalnie drogowo spójne, składowe drogowo spójne; rozmaitości topologiczne; homotopijność odwzorowań i homotopijna równoważność przestrzeni topologicznych; przestrzenie ściągające; grupy topologiczne.	4
W2	Grupa podstawowa: pętle, ich mnożenie i homotopijność; grupa podstawowa przestrzeni z punktem bazowym; homomorfizm grup podstawowych indukowany przez odwzorowanie ciągłe; grupa podstawowa przestrzeni drogowo spójnej; przestrzenie jednospójne; przykłady i zastosowania (np. zasadnicze twierdzenie algebry).	6

WYKŁAD		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
<b>W3</b>	Nakrycia: definicja nakrycia i przykłady nakryć; twierdzenia o podnoszeniu; równoważność nakryć; nakrycie uniwersalne; przekształcenia nakrywające; związki między pojęciami nakrycia i grupy podstawowej.	6
<b>W4</b>	Przypomnienie i uzupełnienie wiadomości z algebry i geometrii: moduły i ich homomorfizmy; moduły wolne i grupy abelowe wolne; kompleksy łańcuchowe i ciągi dokładne; sympleksy.	4
<b>W5</b>	Homologie singularne o współczynnikach całkowitych: sympleksy singularne i łańcuchy; operator brzegu; moduły homologii singularnych przestrzeni topologicznej i moduły homologii relatywnych pary topologicznej; homomorfizmy modułów homologii indukowane przez odwzorowania ciągłe; twierdzenie o homotopijnej niezmienniczości; homomorfizm łączący i ciąg dokładny homologii pary topologicznej; twierdzenia o wycinaniu; przykłady i zastosowania (np. twierdzenie Brouwera o punkcie stałym i twierdzenie o zaczesywaniu sfery).	10

ĆWICZENIA		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
<b>C1</b>	Zadania, problemy i przykłady dotyczące przestrzeni drogowo spójnych, różności i grup topologicznych, ściągłości przestrzeni oraz homotopijności odwzorowań.	6
<b>C2</b>	Zadania, problemy i przykłady dotyczące ogólnych własności grupy podstawowej, grup podstawowych konkretnych przestrzeni oraz zastosowań grup podstawowych.	6
<b>C3</b>	Zadania, problemy i przykłady dotyczące nakryć i przekształceń nakrywających. Zastosowanie nakryć do znajdowania grup podstawowych.	6
<b>C4</b>	Zadania dotyczące modułów wolnych i grup abelowych wolnych, homomorfizmów modułów oraz sympleksów w przestrzeniach afinicznych.	4
<b>C5</b>	Zadania, problemy i przykłady dotyczące łańcuchów singularnych, operatora brzegu, ogólnych własności homologii singularnych (o współczynnikach całkowitych), znajdowania grup homologii konkretnych przestrzeni oraz zastosowań teorii homologii singularnych.	8

## 7 NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

**N1** Wykłady

**N2** Zadania tablicowe

**N3** Dyskusja

**N4** Konsultacje

**N5** Opracowywanie przez studentów na piśmie – poza regularnymi zajęciami – referatów nt. zagadnień uzupełniających problematykę wykładów i ćwiczeń (projekty indywidualne).

## 8 OBCIĄŻENIE PRACĄ STUDENTA

FORMA AKTYWNOŚCI	ŚREDNIA LICZBA GODZIN NA ZREALIZOWANIE AKTYWNOŚCI
<b>Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim, w tym:</b>	
Godziny wynikające z planu studiów	0
Konsultacje przedmiotowe	2
Egzaminy i zaliczenia w sesji	3
<b>Godziny bez udziału nauczyciela akademickiego wynikające z nakładu pracy studenta, w tym:</b>	
Przygotowanie się do zajęć, w tym studiowanie zalecanej literatury	80
Opracowanie wyników	0
Przygotowanie raportu, projektu, prezentacji, dyskusji	10
<b>SUMARYCZNA LICZBA GODZIN DLA PRZEDMIOTU WYNIKAJĄCA Z CAŁEGO NAKŁADU PRACY STUDENTA</b>	<b>95</b>
SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS DLA PRZEDMIOTU	5.00

## 9 SPOSOBY OCENY

### OCENA FORMUJĄCA

**F1** Kolokwium

**F2** Projekt indywidualny

### OCENA PODSUMOWUJĄCA

**P1** Test

### WARUNKI ZALICZENIA PRZEDMIOTU

**W1** W ramach ćwiczeń przeprowadza się dwa kolokwia. Warunkiem koniecznym i wystarczającym dopuszczenia do testu zaliczeniowego (który sprawdza i umiejętności nabyte na ćwiczeniach, i wiedzę wyniesioną z wykładów) jest przystąpienie do obu kolokwiów i uzyskanie na nich więcej niż połowy maksymalnej sumarycznej liczby punktów. Test zaliczeniowy składa się z czterech części, odpowiadających efektom kształcenia EK1, EK2, EK3 i EK5.

**W2** Warunkiem koniecznym i wystarczającym otrzymania pozytywnej oceny końcowej z przedmiotu (wpisanej do indeksu) jest uzyskanie – po przedłożeniu projektu indywidualnego i przejściu testu zaliczeniowego – pozytywnych ocen za wszystkie efekty kształcenia.

**W3** Ocena końcowa jest średnią arytmetyczną wszystkich (sześciu) ocen za efekty kształcenia.

**KRYTERIA OCENY**

EFEKT KSZTAŁCENIA 1	
NA OCENĘ 2.0	Co najwyżej 10 punktów za pierwszą część testu zaliczeniowego.
NA OCENĘ 3.0	Liczba punktów za pierwszą część testu zaliczeniowego mieszcząca się w przedziale (10, 12].
NA OCENĘ 3.5	Liczba punktów za pierwszą część testu zaliczeniowego mieszcząca się w przedziale (12, 14].
NA OCENĘ 4.0	Liczba punktów za pierwszą część testu zaliczeniowego mieszcząca się w przedziale (14, 16].
NA OCENĘ 4.5	Liczba punktów za pierwszą część testu zaliczeniowego mieszcząca się w przedziale (16, 18].
NA OCENĘ 5.0	Więcej niż 18 punktów za pierwszą część testu zaliczeniowego.
EFEKT KSZTAŁCENIA 2	
NA OCENĘ 2.0	Co najwyżej 10 punktów za drugą część testu zaliczeniowego.
NA OCENĘ 3.0	Liczba punktów za drugą część testu zaliczeniowego mieszcząca się w przedziale (10, 12].
NA OCENĘ 3.5	Liczba punktów za drugą część testu zaliczeniowego mieszcząca się w przedziale (12, 14].
NA OCENĘ 4.0	Liczba punktów za drugą część testu zaliczeniowego mieszcząca się w przedziale (14, 16].
NA OCENĘ 4.5	Liczba punktów za drugą część testu zaliczeniowego mieszcząca się w przedziale (16, 18].
NA OCENĘ 5.0	Więcej niż 18 punktów za drugą część testu zaliczeniowego.
EFEKT KSZTAŁCENIA 3	
NA OCENĘ 2.0	Co najwyżej 10 punktów za trzecią część testu zaliczeniowego.
NA OCENĘ 3.0	Liczba punktów za trzecią część testu zaliczeniowego mieszcząca się w przedziale (10, 12].
NA OCENĘ 3.5	Liczba punktów za trzecią część testu zaliczeniowego mieszcząca się w przedziale (12, 14].
NA OCENĘ 4.0	Liczba punktów za trzecią część testu zaliczeniowego mieszcząca się w przedziale (14, 16].
NA OCENĘ 4.5	Liczba punktów za trzecią część testu zaliczeniowego mieszcząca się w przedziale (16, 18].
NA OCENĘ 5.0	Więcej niż 18 punktów za trzecią część testu zaliczeniowego.

EFEKT KSZTAŁCENIA 4	
NA OCENĘ 2.0	Zdobycie co najwyżej 50% maksymalnej sumarycznej liczby punktów z obu kolokwiiów.
NA OCENĘ 3.0	Zdobycie więcej niż 50% i nie więcej niż 60% maksymalnej sumarycznej liczby punktów z obu kolokwiiów.
NA OCENĘ 3.5	Zdobycie więcej niż 60% i nie więcej niż 70% maksymalnej sumarycznej liczby punktów z obu kolokwiiów.
NA OCENĘ 4.0	Zdobycie więcej niż 70% i nie więcej niż 80% maksymalnej sumarycznej liczby punktów z obu kolokwiiów.
NA OCENĘ 4.5	Zdobycie więcej niż 80% i nie więcej niż 90% maksymalnej sumarycznej liczby punktów z obu kolokwiiów.
NA OCENĘ 5.0	Zdobycie więcej niż 90% maksymalnej sumarycznej liczby punktów z obu kolokwiiów.
EFEKT KSZTAŁCENIA 5	
NA OCENĘ 2.0	Co najwyżej 10 punktów za czwartą część testu zaliczeniowego.
NA OCENĘ 3.0	Liczba punktów za czwartą część testu zaliczeniowego mieszcząca się w przedziale (10, 12].
NA OCENĘ 3.5	Liczba punktów za czwartą część testu zaliczeniowego mieszcząca się w przedziale (12, 14].
NA OCENĘ 4.0	Liczba punktów za czwartą część testu zaliczeniowego mieszcząca się w przedziale (14, 16].
NA OCENĘ 4.5	Liczba punktów za czwartą część testu zaliczeniowego mieszcząca się w przedziale (16, 18].
NA OCENĘ 5.0	Więcej niż 18 punktów za czwartą część testu zaliczeniowego.
EFEKT KSZTAŁCENIA 6	
NA OCENĘ 2.0	Referat przygotowany przez studenta zawiera poważne błędy merytoryczne, jest zredagowany wbrew zasadom sztuki pisania tekstów matematycznych lub jest całkowicie wtórny.
NA OCENĘ 3.0	Referat przygotowany przez studenta nie zawiera istotnych błędów merytorycznych i jest zredagowany – zasadniczo – w zgodzie z zasadami pisania tekstów matematycznych (szczególnie w zakresie cytowań i odwołań do literatury). Są w nim oryginalne (przynajmniej w warstwie redakcyjnej) fragmenty.
NA OCENĘ 3.5	Referat przygotowany przez studenta nie zawiera błędów merytorycznych i jest zredagowany zgodnie z zasadami pisania tekstów matematycznych. Są w nim oryginalne przykłady i świadectwa zaznajomienia się z literaturą wskazaną przez nauczyciela.

NA OCENĘ 4.0	Referat przygotowany przez studenta jest merytorycznie bezbłędny i dobrze zredagowany. Zawiera ciekawe oryginalne przykłady i świadczy o biegłej znajomości literatury wskazanej przez nauczyciela, także anglojęzycznej.
NA OCENĘ 4.5	Referat przygotowany przez studenta jest merytorycznie bezbłędny i dobrze zredagowany. Zawiera ciekawe oryginalne przykłady oraz sensowne modyfikacje dowodów zaczerpniętych z literatury. Świadczy o biegłej znajomości literatury wskazanej przez nauczyciela (także anglojęzycznej) oraz pozycji spoza tego zestawu.
NA OCENĘ 5.0	Referat przygotowany przez studenta jest merytorycznie bezbłędny i bardzo dobrze zredagowany. Zawiera ciekawe oryginalne przykłady i oryginalne dowody niektórych (prostych) twierdzeń. Świadczy o biegłej znajomości literatury wskazanej przez nauczyciela (także anglojęzycznej) oraz pozycji spoza tego zestawu.

## 10 MACIERZ REALIZACJI PRZEDMIOTU

EFEKT KSZTAŁCENIA	ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓŁOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU	CELE PRZEDMIOTU	TREŚCI PROGRAMOWE	NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE	SPOSOBY OCENY
EK1	K_W02, K_W05, K_W06, K_W07	Cel 1	W1 W2 C1 C2	N1 N2 N3 N4 N5	P1
EK2	K_W02, K_W05, K_W06	Cel 2	W3 C3	N1 N2 N3 N4 N5	P1
EK3	K_W02, K_W05, K_W06, K_W07	Cel 3	W4 W5 C4 C5	N1 N2 N3 N4 N5	P1
EK4	K_U01, K_U04, K_U13, K_U14, K_U15	Cel 1 Cel 2 Cel 3	C1 C2 C3 C4 C5	N2 N3 N4	F1
EK5	K_U13, K_U14, K_U15	Cel 1 Cel 2 Cel 3	W1 W2 W3 W4 W5 C1 C2 C3 C4 C5	N1 N2 N3 N4 N5	P1
EK6	K_K04, K_K06, K_K07	Cel 4	C1 C2 C3 C4 C5	N3 N4 N5	F2

## 11 WYKAZ LITERATURY

### LITERATURA PODSTAWOWA

- [1 ] **R. Duda** — *Wprowadzenie do topologii. Cz. 2, Topologia algebraiczna i topologia różnicowości*, Warszawa, 1986, Państwowe Wydawnictwo Naukowe
- [2 ] **M. J. Greenberg** — *Wykłady z topologii algebraicznej*, Warszawa, 1980, Państwowe Wydawnictwo Naukowe
- [3 ] **E. Spanier** — *Topologia algebraiczna*, Warszawa, 1972, Państwowe Wydawnictwo Naukowe

### LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

- [1 ] **R. Engelking, K. Sieklucki** — *Wstęp do topologii*, Warszawa, 1986, Państwowe Wydawnictwo Naukowe
- [2 ] **A. Hatcher** — *Algebraic Topology*, Cambridge (UK), 2002, Cambridge University Press
- [3 ] **K. Jaenich** — *Topologia*, Warszawa, 1998, Wydawnictwo Naukowe PWN

## 12 INFORMACJE O NAUCZYCIELACH AKADEMICKICH

### OSOBA ODPOWIEDZIALNA ZA KARTĘ

dr Marcin Skrzyński (kontakt: mskrzynski@pk.edu.pl)

### OSOBY PROWADZĄCE PRZEDMIOT

1 dr Marcin Skrzyński (kontakt: pfskrzyn@cyf-kr.edu.pl)

## 13 ZATWIERDZENIE KARTY PRZEDMIOTU DO REALIZACJI

---

(miejsowość, data)

(odpowiedzialny za przedmiot)

(dziekan)

PRZYJMUJĘ DO REALIZACJI (data i podpisy osób prowadzących przedmiot)

.....